「計算と論理」
Software Foundations
その0

五十嵐 淳

cal24@fos.kuis.kyoto-u.ac.jp

http://www.fos.kuis.kyoto-u.ac.jp/~igarashi/class/cal/

京都大学
大学院情報学研究科
工学部情報学科計算機科学コース

October 1, 2024

担当教員について

- 名前: 五十嵐 淳 (いがらし あつし)
- 所属: 情報学研究科 通信情報システムコース コンピュータソフトウェア分野
- オフィス: 総合研究 7 号館 224 号室 (火曜日の 17:00〜18:00 は在室予定)
- 講義についての質問・連絡:
  - メイル: cal24@fos.kuis.kyoto-u.ac.jp
- 講義 WWW ページ: http://www.fos.kuis.kyoto-u.ac.jp/~igarashi/class/cal/

TA

- 村瀬 唯斗 (むらせ ゆいと)
- 所属: 情報学研究科 通信情報システム専攻 コンピュータソフトウェア分野 (D2)
- オフィス: 総合研究 7 号館 227 号室

講義内容

シラバスより

数理論理学の基礎と，数理論理学を用いた計算機プログラムの検証について講述する．また，講義を補完するため，証明支援系 (計算機上で数学的証明を行うシステム) である Coq を用いた演習を行う．

数理論理学

判断 (judgment) について (数理的手法で) 考える学問

判断 (命題ということもある)
≒ 真偽を考えることが可能な文

- 命題論理: 単純な判断を組み合わせて複合的な判断を構成する「接続詞」の理論
  - 「かつ」「または」「ならば」「〜ではない」
- 述語論理: 「量化」を伴なう判断の理論
  - 「任意の○○について〜である」「ある○○が存在して〜である」
- (様相論理: 真偽を修飾する副詞の理論)
  - 「必然的に〜である」「〜である可能性がある」「未来永劫〜である」

数理論理学: 意味論と証明論

- 意味論…与えられた判断が「真である」とはどういうことかを考える
  - 真理値表 (論理関数) は命題論理の意味論のひとつ
- 証明論…与えられた命題の「証明」とは何か,「証明できること」と「真であること」との関係 (健全性と完全性),「証明が同じ・違う」とはどういうことかを考える
  - 様々な証明 (記述) 体系: 自然演繹，シーケント計算，ヒルベルト流公理系

数理論理学: 意味論と証明論

- 意味論…与えられた判断が「真である」とはどういうことかを考える
  - 真理値表 (論理関数) は命題論理の意味論のひとつ
- 証明論…与えられた命題の「証明」とは何か,「証明できること」と「真であること」との関係 (健全性と完全性),「証明が同じ・違う」とはどういうことかを考える
  - 様々な証明 (記述) 体系: 自然演繹，シーケント計算，ヒルベルト流公理系

計算機プログラムの検証

「計算機プログラム」の正しさの証明を与える

- 「正しさ」の基準 $\Rightarrow$ 判断として書かれた仕様 (specification)
- 例:

リストを反転させる OCaml 関数 `rev` の仕様

任意のリスト `xs` について `rev (rev xs) = xs`

Q. これだけで仕様として十分といえるだろうか？
(他にも `rev` が満たすべき仕様はないだろうか？)

- c.f. 単体 (unit) テスト

証明支援系 Coq を用いた演習

証明支援系: 計算機で数学をするためのソフトウェア

- 数学的対象 (数，リスト，木などのデータ) 定義とその対象を操作するプログラムの記述言語
  - OCaml, Haskell のような関数型プログラミング
  - 静的に型がついている
  - 止まるプログラムしか書けない
  - 文法は OCaml に近い (が微妙に違うので困る ;-)
- (対象の性質を述べる) 判断の記述言語
- 判断の証明の記述言語
- 証明の検査機能
- (自動証明機能)

を使って，色々なプログラムや，それが正しいことの証明を書く

Coq について

- フランスの INRIA (国立の情報学研究所) で開発されている証明支援系
- OCaml (これも INRIA 製) で実装されている
- 2013 年に ACM SIGPLAN Programming Languages Software Award と ACM Software System Award を受賞
- 大規模な応用例も:
  - ソフトウェア安全性・正しさの保証
    - ★ レピダム社による OpenSSL のバグ発見
    - ★ C コンパイラ の検証 (CompCert プロジェクト)
  - 数学の証明の正しさのチェック

    ⇒ 例) 四色問題，ケプラー予想

講義内容

シラバスより

数理論理学の基礎と，数理論理学を用いた計算機プログラムの検証について講述する．また，講義を補完するため，証明支援系 (計算機上で数学的証明を行うシステム) である Coq を用いた演習を行う．

講義の (裏) テーマ

$$\text{証明} = \text{プログラム}$$

(「Curry–Howard 同型対応」としても知られる論理と計算の関係)

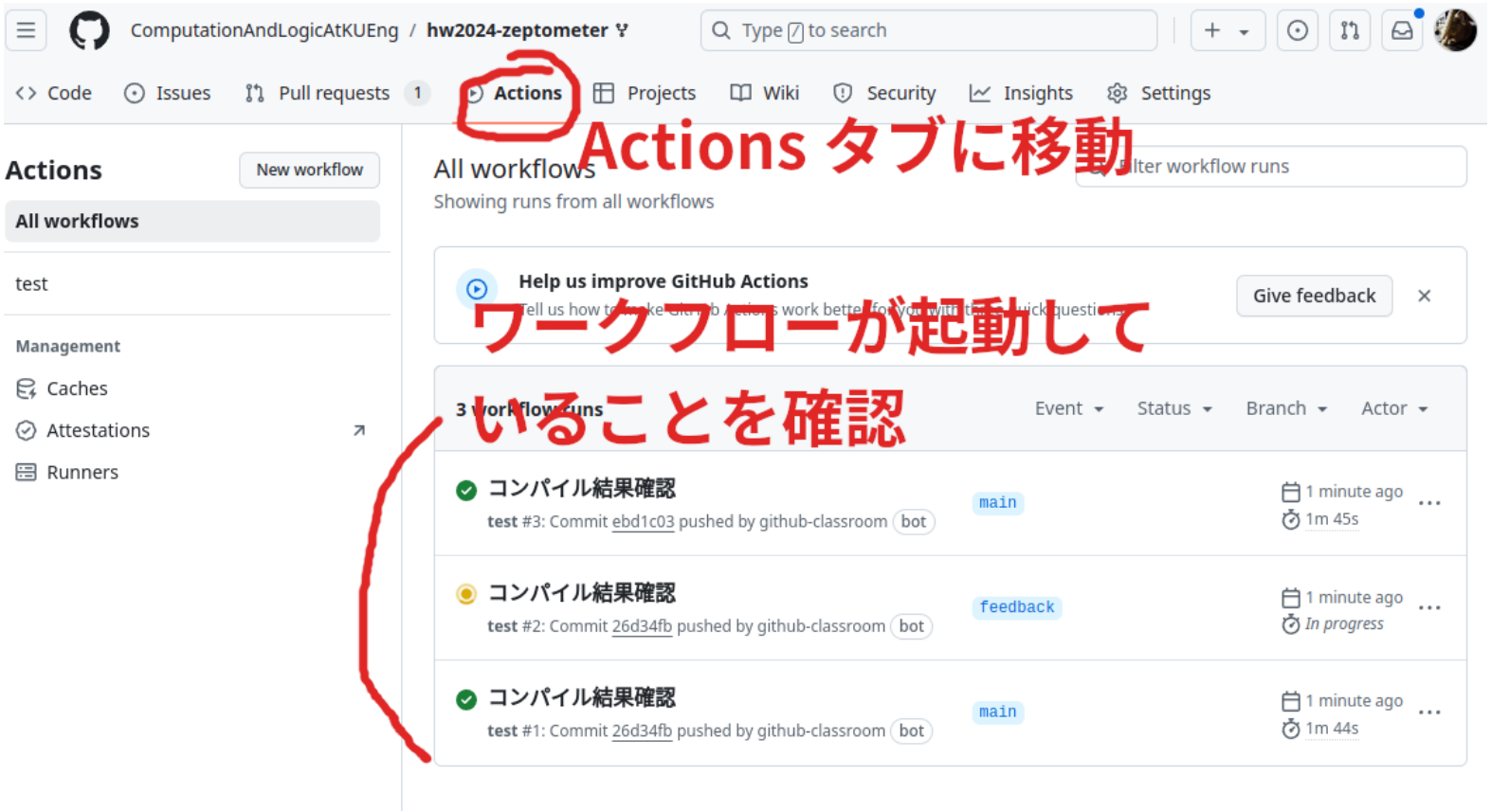
教科書

Benjamin C. Pierce, et al. Logical Foundations. Vol.1 of The Software Foundations Series.
`https://softwarefoundations.cis.upenn.edu/`

- 注意: オンライン・テキストで本家のものは予告なく内容が変わる可能性あり
- 本講義では GitHub Classroom を使って宿題提出管理をするので，本家のものは使わないでください
- かなり古い版の和訳もネットに転がっている

入手方法

1. GitHub アカウントを作る
2. ブラウザで秘密の URL (Slack で伝えます) にアクセスすると，`https://github.com/ComputationAndLogicAtKUEng/hw2024-XXXX` に自分だけの教科書レポジトリができる (`XXXX` は GitHub アカウント名)
3. このレポジトリを clone する
4. 教科書レポをブラウザで開いて，ワークフロー (自動テスト) が動いているか確認する (次ページ)
    1. 去年は手動でワークフローを動かすステップが必要だったので，もし動いていなかったら教えてください


ComputationAndLogicAtKUEng / hw2024-zeptometer
Type / to search
Code
Issues
Pull requests 1
Actions
Projects
Wiki
Security
Insights
Settings
Actions タブに移動
Actions
New workflow
All workflows
test
Management
Caches
Attestations
Runners
All workflows
Showing runs from all workflows
Filter workflow runs
Help us improve GitHub Actions
Give feedback
ワークフローが起動して
いることを確認
3 workflow runs
Event
Status
Branch
Actor
コンパイル結果確認
test #3: Commit ebd1c03 pushed by github-classroom bot
main
1 minute ago
1m 45s
コンパイル結果確認
test #2: Commit 26d34fb pushed by github-classroom bot
feedback
1 minute ago
In progress
コンパイル結果確認
test #1: Commit 26d34fb pushed by github-classroom bot
main
1 minute ago
1m 44s

成績評価

- Coq 演習 35%
  - 教科書のファイルを編集して GitHub 経由で提出します
  - git, GitHub の使い方がわからない人は補講します
- 期末試験 60%
- 教室での演習 5%
- 随意課題を提出した場合，さらに加点します

Coq 環境の構築

1. Coq のインストール
2. 編集環境の整備 (以下どれでも)
   1. CoqIDE のインストール
      - ★ GTK を使った Coq 専用の証明統合開発環境
   2. Visual Studio Code 拡張の VsCoq
   3. Emacs 限定だが proofgeneral も定評がある
   4. その他 coquille (vim), Coqoon (Eclipse) など

参考: `https://staff.aist.go.jp/reynald.affeldt/ssrcoq/install.html`

Coq 環境構築 (Ubuntu 編)

- (実験 3 をやっているなら)opam は入ってますよね？
  - `https://opam.ocaml.org/doc/Install.html`
- Coq (と CoqIDE) のインストール
  - opam install coq
  - opam install coqide
    - ★ 依存する Ubuntu パッケージを apt で入れる必要あり？: `pkg-config`, `libgtksourceview3.0-dev`
- Proof General をインストール
  - `https://proofgeneral.github.io/` を見よ
  - Company-coq も入れると記号がかっこよく表示される
    - ★ `https://github.com/cpitclaudel/company-coq`
- apt で入れる opam, coq は古い可能性が高いので使わない

Coq 環境構築 (MacOS X 編)

- Coq (と CoqIDE) のインストール
  - Ubuntu と同じく opam がおすすめ
- Emacs と Proof General のインストール
  - Emacs は homebrew で入れるのがいいかな
  - Proof General:
    `https://proofgeneral.github.io/`

Coq 環境構築 (Windows 編)

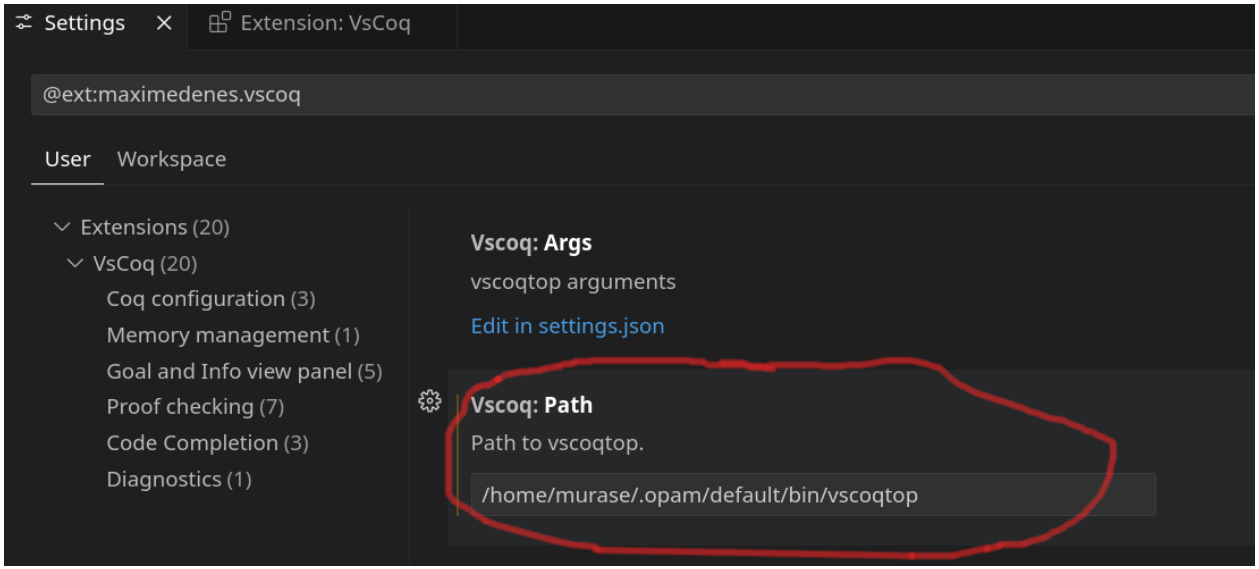
- Option 1. Coq Platform
  - `https://github.com/coq/platform/releases/`
  - CoqIDE もメニューに追加されるらしい
- Option 2. WSL2 内の opam からインストール
  - VsCoq, Proof General を使う場合はこちらが推奨

VsCoq のインストール (1)

- coqc –version が 8.18 以上である必要あり
- opam で追加のパッケージをインストール
  - opam install vscoq-language-server
- Windows の場合は WSL2 が前提になる
  - WSL にアクセスするために VSCode に “WSL” Extension をインストール
  - F1 → “WSL: Connect to WSL” で WSL 中の VSCode を開ける
- VSCode に “VsCoq” Extension をインストール
  - Windows の場合は WSL 中の VSCode にインストールする必要があるので注意

VsCoq のインストール (2)

- which vscoqtop で vscoqtop の場所を確認
- Extension パネル → VsCoq → 歯車マーク → Extension Settings から設定を開き，“VsCoq: Path” の項目に vscoqtop の場所を入力
- VsCode を再起動



Coq の動作確認 (vscoq 編)

- Basics.v を開く
- Alt + Down で上から順に式を一つ評価す
  - 評価された部分は緑色で表示される
  - 証明の状態を表示する Proof View というタブが右側に出る
- Alt + Up で式を一つ undo する
- Alt + Right で今のカーソルまでの式を全て評価
- 他のコマンドはコマンドパレット (Ctrl + Shift + P) で "Coq" と入力すると一覧が見られる

Coq の動作確認 (CoqIDE 編)

- Basics.v を ファイル → 開く，で開く
- ツールバーの下矢印で，ファイルの内容が少しずつ (決まった単位で) coq に送られ，処理済部分の背景が緑になる
- 上矢印は逆で undo する.
  - ショートカットキーもあります

Coq の動作確認 (Proof General 編)

Proof General 起動方法

Emacs で教科書の Basics.v を読み込む

「じぇねらるたん」[1] が現れた後，ファイルの内容が表示される

- C-c C-n で，ファイルの内容が少しずつ (決まった単位で) Coq に送られ，処理済部分の背景が青くなる
- C-c C-u は逆 (undo)
  - ツールバーの左右矢印でも操作可能
- C-c RET で現在のカーソル位置まで一気に読み込まれる・巻き戻される

[1] とある日本人の活躍 (?) で，以前はもっといかつい軍人さん (See http://proofgeneral.inf.ed.ac.uk/gallery) だったのがかわいくなった

受講上の注意

- 実際に証明を書いてみないと身につきません
- 書かれている記号の意味をよくよく考えましょう
  - とにかくコマンドを連打していたらいつの間にか証明ができる，というのは (じきにわからなくなる一歩前の) 危険な徴候